



TITLE:

渦輪の干渉 (関数論の流体力学への応用)

AUTHOR(S):

阿阪, 三郎; 大島, 裕子; 神部, 勉

CITATION:

阿阪, 三郎 ...[et al]. 渦輪の干渉 (関数論の流体力学への応用). 数理解析
研究所講究録 1975, 234: 72-86

ISSUE DATE:

1975-04

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/105480>

RIGHT:

渦輪の干渉

あまの 水大・理

阿 阪 三 郎

大 島 裕 子

東大・宇宙研

神 部 勉

§1. はじめに

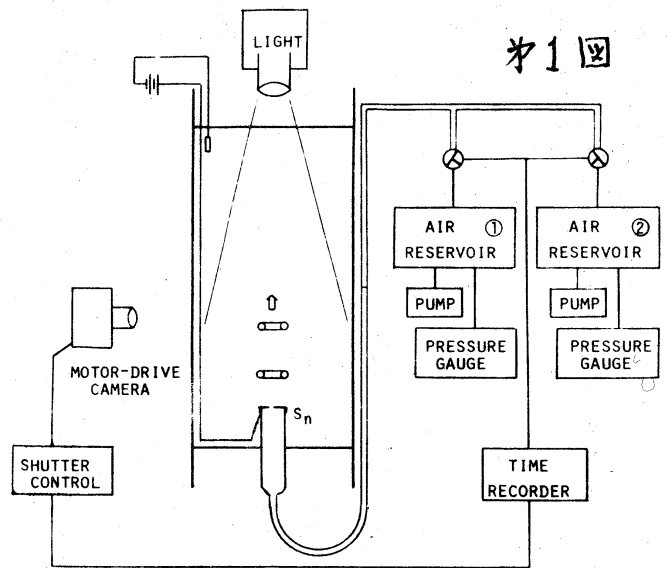
広い空間の中で静止している流体中では、円形の渦輪は、それ自身の誘導速度によって渦輪平面に垂直に運動する。このことは一般に非粘性の流体に対して種々の教科書に載っており周知のことである。今このような細い VORTEX COREをもつ円形の渦輪が二個同軸上を同方向に進行するばあいを考えよう。非粘性の流体中でこのような状態におかれた二つの渦輪は、お互かゝの渦輪の誘導速度をお互かゝに受けあうことによって、後の渦輪が前の渦輪の中心部を通りぬけて前方に来て、状態は前者と後者が入れかわる。同様のことが入れかわった二つの渦輪についてもおこるので、いわゆる“抜きつ、抜かれつ”がいつまでもくり返されることになる。さて粘性をもった実際の流体についてはどうなるであろうか。勿論 渦輪の渦度は粘性のために拡散し、減衰するので、い

つまでも続くことはなく、二、三回の追いぬきを減衰する前にみられれば、非粘性のときの説明を十分に実証したことになるであろう。このことについて SOMMERFELD⁽¹⁾, BATCHLOR⁽²⁾ は実験室で見ることが可能であると、それぞれの教科書に述べている。実際に実験を行なうと追いぬきをくり返すことはほとんどおこらず、二つの渦輪が一つの渦度をもつ塊として運動を続けることが観測されるばかりが多い。そこで、同軸上を同方向に進行する二つの渦輪の干渉の様子について、水を用いて実験を行なうとともに、数値シミュレーションによって干渉の過程とその機構を明らかにしようとした。またこの問題は、渦輪の干渉という問題だけでなく、まるい孔から吹き出す噴流における層流と乱流の境界面を形づくる渦の再配列などとも深い関連があるように思われる。

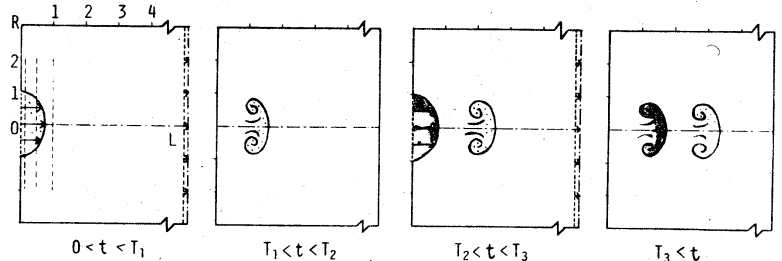
§2. 装置及び実験方法

第1図に装置のプロフ・ダイアグラムを示す。水槽は $20\text{ cm} \times 20\text{ cm} \times 55\text{ cm}$ のアクリル板製で約 50 cm の深さに水をいれてある。この水槽の底部につきおしき筒を通して円形の出口から加圧した第1の空気溜の圧力を利用して $t=0$ より T_1 まで水を吹き出して第1の渦輪を作る。その後 $t=T_1 \sim T_2$ までには吹き出しは行なわないうが、その間に第1の渦

輪は出口よりある距離まで進行する。次に $t = T_2 \sim T_3$ の間、 $\text{ノ}1$ の渦輪を作るのと同様にして、 $\text{ノ}2$ の空気溜の圧力によって水を吹き出して $\text{ノ}2$ の渦輪を作る。そして



T_3 以後、この二つの渦輪がお互いの誘導速度の影響を受けるとどのような運動を



ノ 2 図

するかを、可視化の方法によって観測しその結果を解析した。(ノ 2 図)。吹き出すための $\text{ノ}1$ 、 $\text{ノ}2$ の空気溜の圧力を加減することによって作られる渦輪の相対的な速度を変化させることができる。可視化の方法としては渦輪を作るための流体の吹出口を銅を作り、これを陽極として電解法を用いた。吹出口の直径は、 16.8 mm 、 19.6 mm 、 23.8 mm 、 27.6 mm の 4 種類である。スライド・プロジェクターのスリフト照明により、渦輪中心を通る断面の写真を一定時間ごとに撮影し、 T_1 、 T_2 、 T_3 および写真撮影の時刻の記録をレコーダーに描かせてある。又これらの現象の時間的経過をくわしく見るために 16 mm

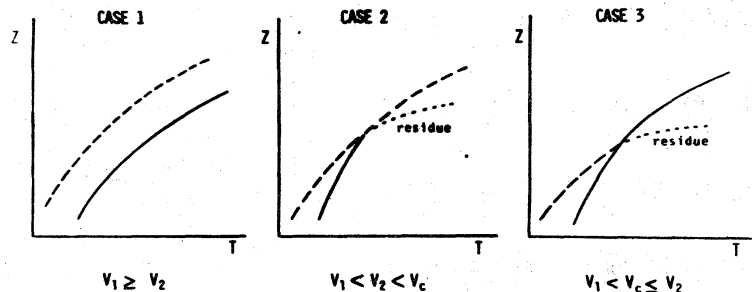
撮影機によつて撮影した。

§3. 測定結果

二つの渦輪の干渉は、二つの渦輪の初速度 V_1 , V_2 の相対的關係によつて次にあげる三つの代表的な型に分けることが出来る。オ3図にその模式的な図を示してある。

CASE 1, $V_1 > V_2$:

オ2の渦輪はオ1の渦輪に追いつくことが出来ず、ほぼ独立に同方向にある間隔をおいて進行する。



オ3図

CASE 2, $V_1 < V_2 < V_c$:

オ2の渦輪はオ1の渦輪に追いつくとともに、そのまわりによきつき、その後両者は合体して、おおむねオ1の渦輪としての運動(多少修正した経路で)を継続する。

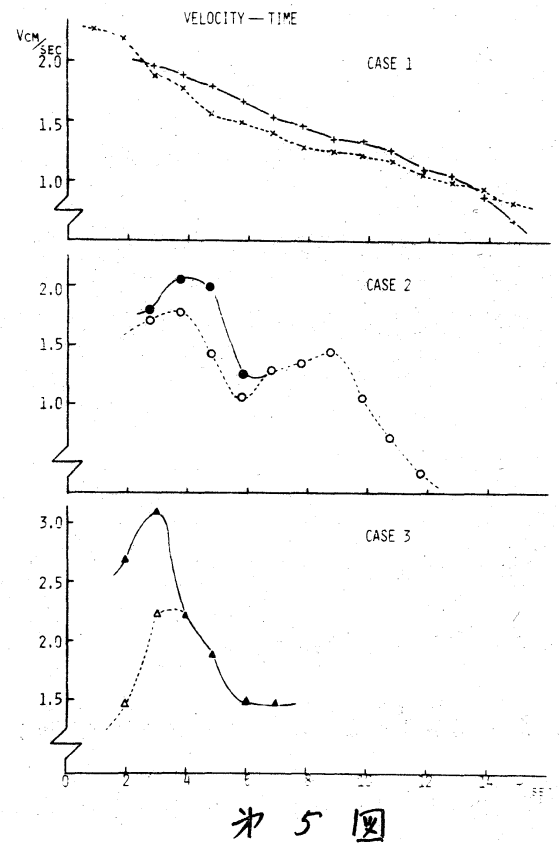
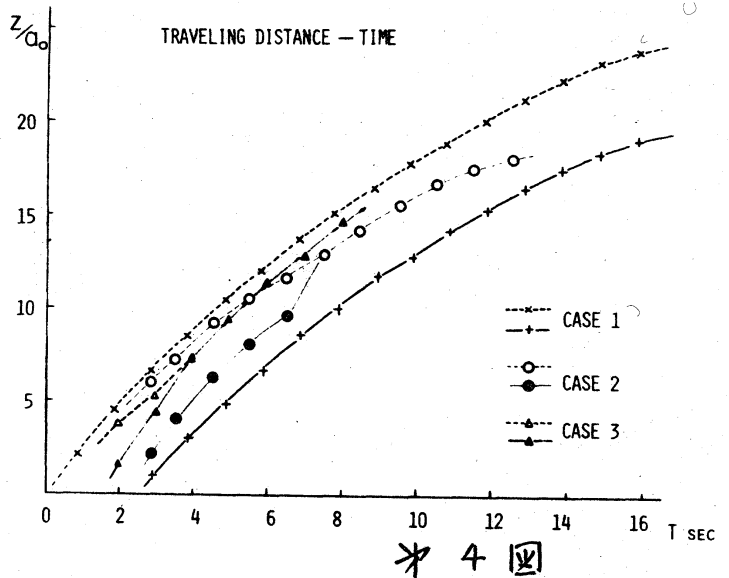
CASE 3, $V_1 < V_c < V_2$:

オ2の渦輪の速度が早いので、オ1の渦輪に追いつくと、その輪を押しひろげてその間を通りぬける。その時オ2の渦輪はオ1の渦輪の一部との中にとりこんで、今までよりも大きな渦輪となつてその運動を続ける。(このときオ1の渦輪は後につかめられぬ形で残り残される。)

ここで V_c は合体した渦輪のふるまいが、どちらの渦輪が主となるということはない、いわば対等な合体をするときの(臨界)速度で、実験の結果によると $V_c/V_1 \approx 1.1 \sim 1.2$ である。

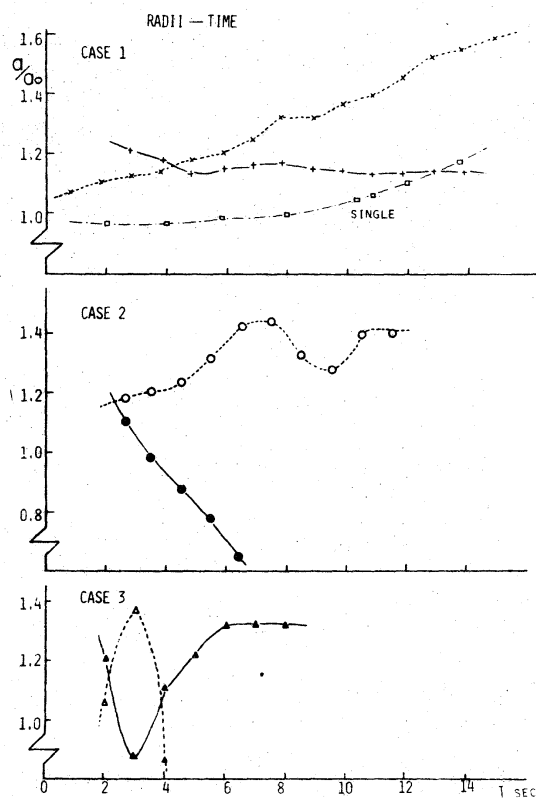
オ4図は渦輪の進行距離と時間と、オ5図は進行速度と時間の関係と、オ1, オ2, オ3のCASEについて示したもので、破線はオ1の渦輪、実線はオ2の渦輪について示してある。

これらの図を見れば、相互の速度の大小関係によって三つのCASEに分類されることがよくわかる。又干渉のおこるところでは速度の変化は、はなはだしく、また前のものはおそくされ、後のものは早められるという当然の結果が観測された。オ6図は半径のひろがりについて同じく三つのCASEについて示



したものである。CASE 1 の
ばあい、ほぼ独立に進行してい
るかに見えても、オ1の渦輪は
ひろげられるが、オ2の渦輪は
その半径をほとんど変えない。

この図において実線は一つの渦
輪が単独に進行するときの半径
の変化を示したものであるが、
これと比較すれば、このばあい
にも二つの渦輪は相互に影響を



オ6図

及ぼし合っていることが認められる。オ2, オ3のCASE
についても干渉領域では、一方は著しくひろがると同時に、
他方は逆に著しく縮小することがわかる。

では $V_1 < V_2 \leq V_c$ のばあいはどうなるであろうか。オ1の
渦輪がオ2の渦輪によつて押しひろげられ、そこをオ2の渦
輪が通ると同様なことがおこるのであるが、この際二つの渦
輪はともに渦度ももつた部分が、細い環状に分布しているの
ではなくて太いか、または一つの渦度の塊のような形となつ
ているので、干渉の際にその形は変形し、一度の通りぬけで
もはやドーナツ状の渦輪の形をしていない。このようなこ
とから、二つの渦輪はお互い干渉すると、二つお一つに

合体して一個の VORTICITY MASS として運動を続けることが観測される。このことはさきに述べた CASE 2, CASE 3 についても云えることであるが、 V_2 が V_c のばあいには二つの VORTICITY の中心が目で見えて、非粘性のばあいの説明のようなお互いの相対的位置を交換することは行なわれるが、一つの可視化された流体の塊の中でおこるのであって、独立な二つの渦輪が“抜きつ、抜かれつ”しているとは云えない状態である。そして丁度二つの渦輪が対等にそれ以後の運動の主な役割をする速度の比 V_c/V_1 は約 1.2 であるが、流出時間の間隔やその他の条件によって微妙に変化する。

§4. 数値実験

二つの渦輪が干渉する過程を非定常の NAVIER-STOKES 方程式を軸対称の差分方程式にして数値的に解いた。計算には東大宇宙研の HITAC 5020 を用いた。半径 R の円筒形の器内に静止している流体に、容器の一方の底面の中央に設けた半径 a_0 の穴から $t=0 \sim T_1$ まで同じ流体を吹きこんで才 1 の渦輪を作り、それと同時に容器の他の底面から同量の流体を一樣に吸い込む。 $t=T_1 \sim T_2$ の間は吹きこみは行なわず $t=T_2 \sim T_3$ で才 2 回目の吹きこみを与えることによって、才 2 の渦輪を作る。容器の境界(側面および底面)上

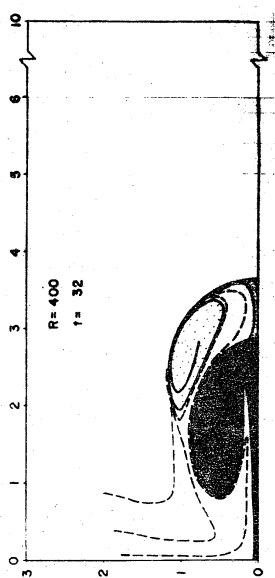
では、上に述べた吹き出し、吸い込みの時以外は常に速度の垂直成分および粘性まっつ応力はゼロであるという境界条件のもとで、放出された二つの渦輪が、その後どのように変形し運動するかをいうべし。長さは吹き出し口の半径 a_0 、速度は才一回目の吹き出しの際の最大速度 U_{1m} 、時間は a_0/U_{1m} をそれぞれの基準量として無次元化し、計算は $R=3$ 、 $L=10$ の領域で行なった。計算の手法は KAMBE と OSHIMA³⁾ の一つの渦輪の運動のばあいと同様で、初期条件として二度の吹き込みと、連続の条件を満たすための二度の吸い込みを与えてある。 $R = \frac{U_{1m} \cdot a_0}{\nu}$ を REYNOLDS 数として定義する。次の二つのばあいについて計算を行なった。

$$(A) \quad R = 400, \quad U_{1m} = 2.0, \quad U_{2m} = 2.2 \quad (T_1, T_2, T_3) = (2.0, 2.0, 2.2)$$

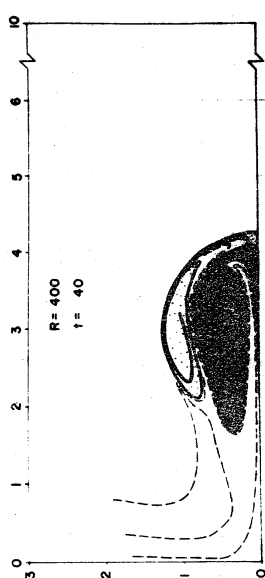
$$(B) \quad R = 750, \quad U_{1m} = 1.5, \quad U_{2m} = 2.0 \quad (T_1, T_2, T_3) = (1.5, 3.0, 3.15)$$

$$(A) \quad R = 400$$

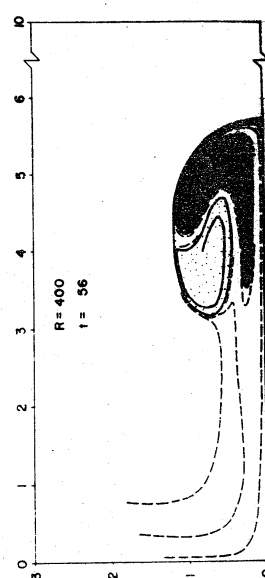
才7回 (a) ~ (h) に $t = 32, 40, 56, 72, 88, 104, 120, 136$ の時刻における流れの様様を示す図が描かれている。これらの図は対稱軸を通る面の上半分を示したもので、渦輪はその断面が現れている。ここで矢をうった部分は才一回に吹き込まれた流体の部分、着色してある部分は才二回に吹き込まれた流体の部分であらわしている。又3本の破線は才一回



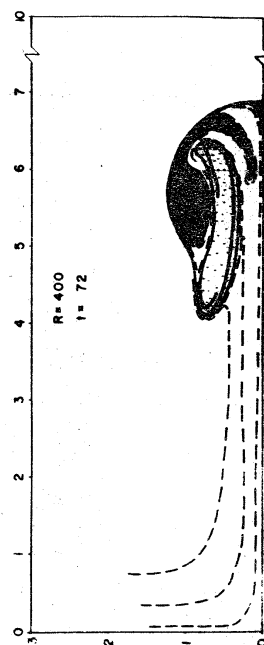
(a)



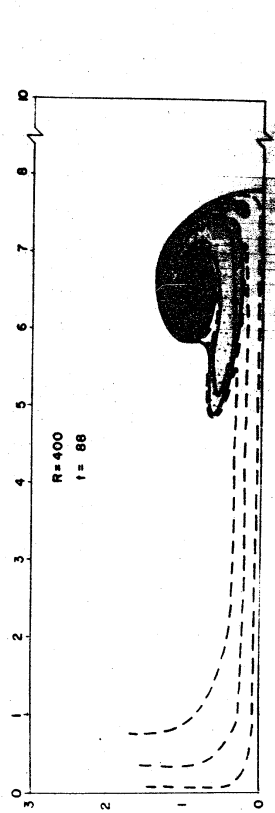
(b)



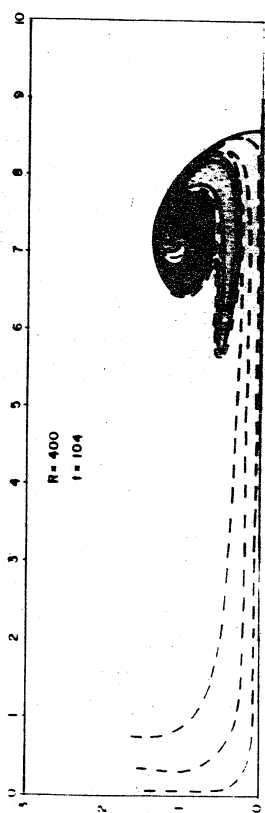
(c)



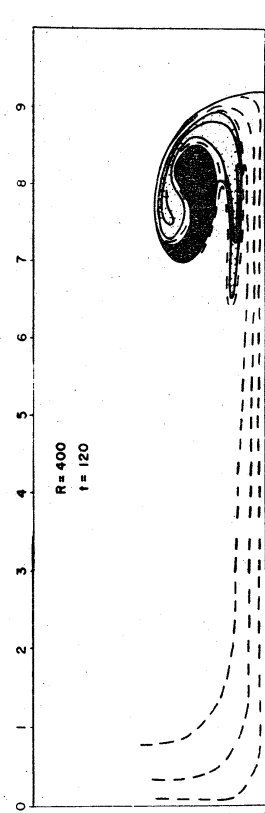
(d)



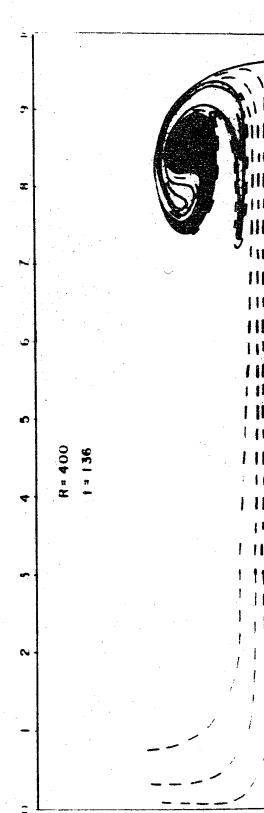
(e)



(f)



(g)



(h)

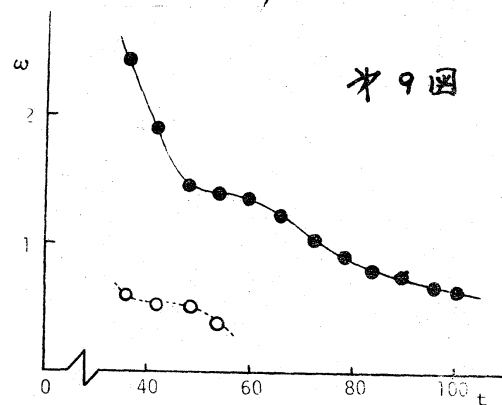
★ 7 图

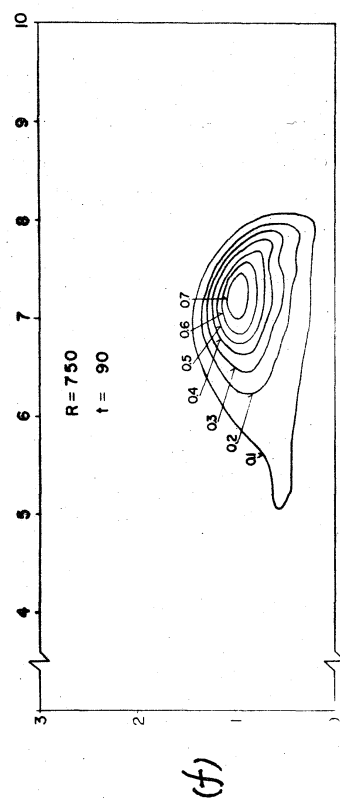
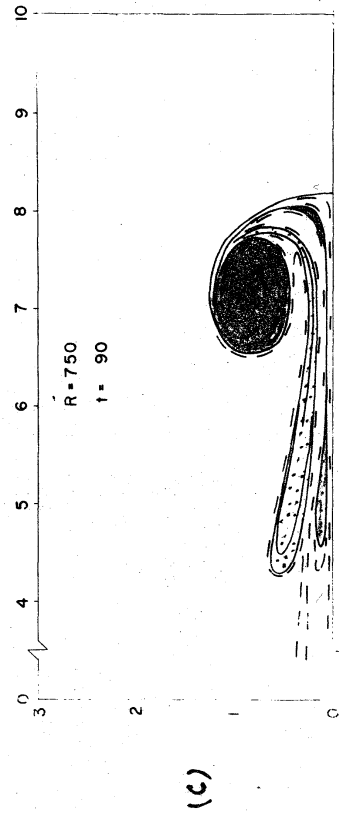
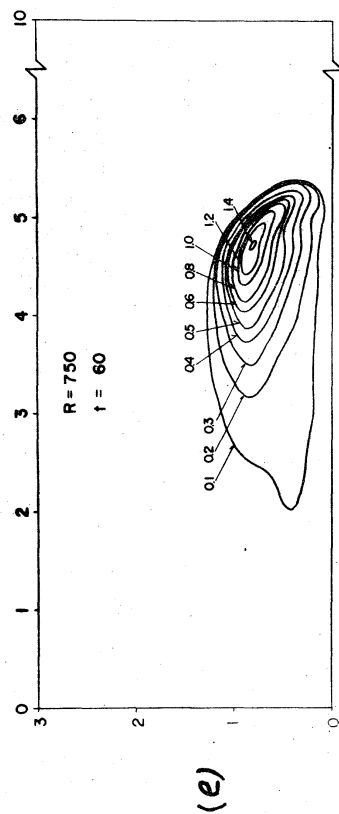
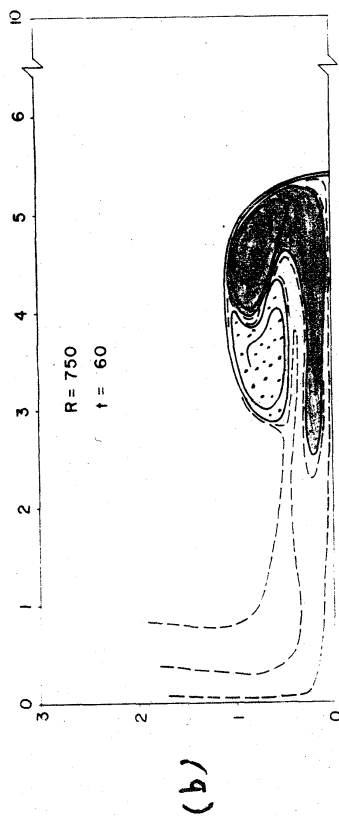
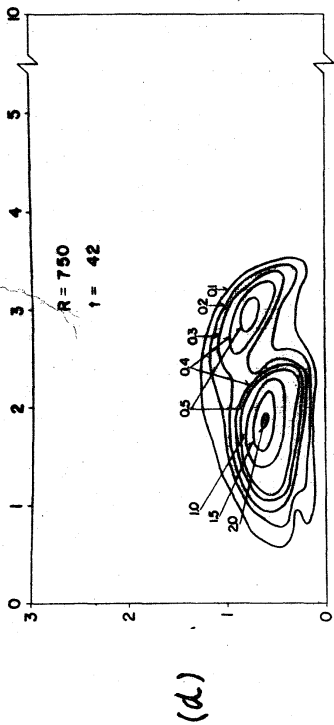
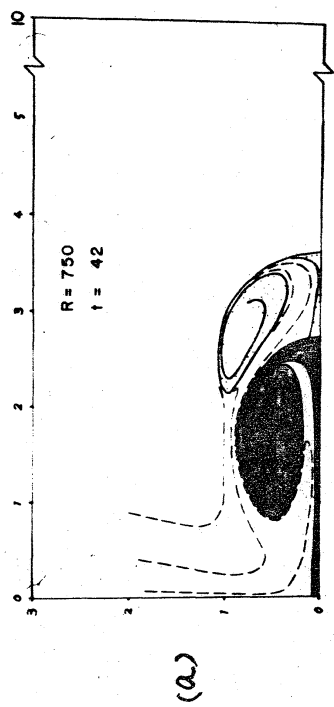
の吹き込みの前に、吹き込み口に近う所にあつた流体の三つの実断面(の切口)が渦輪の生成・進行とともに変形してゆく様子をあらわしている。このばあいには二つの渦輪が、ほぼ対等にかうみ合う臨界状態に近いふるまいを示している。計算時間は $t = 0 \sim 140$ まで約 90 分を要した。

(B) $R = 750$

才 8 回 (a) ~ (c) は $t = 42, 60, 90$ について (A) と同様な流れの様相を示したものである。計算時間は同じく $t = 0 \sim 100$ まで約 90 分であつた。(A) のばあいと異なり、後部に才 1 の渦輪の部分を TRAILING VORTEX のように残してゆく様子が、実験で得られる写真と非常によく似てゐる。

又同回 (d) ~ (f) は (a) ~ (c) に対応する時間における等渦度線を示してある。これによれば才 1、才 2 の渦輪の CORE に対応する渦度の二つのピークが認められるのは、渦放出後しばらくの間であつて、その後は才 2 のピークだけしか残らない。このピークの渦度の値の時間的変化を示してゐるが才 9 回であつて、二つの渦が合体した時には減衰がゆるやかになることが認められる。





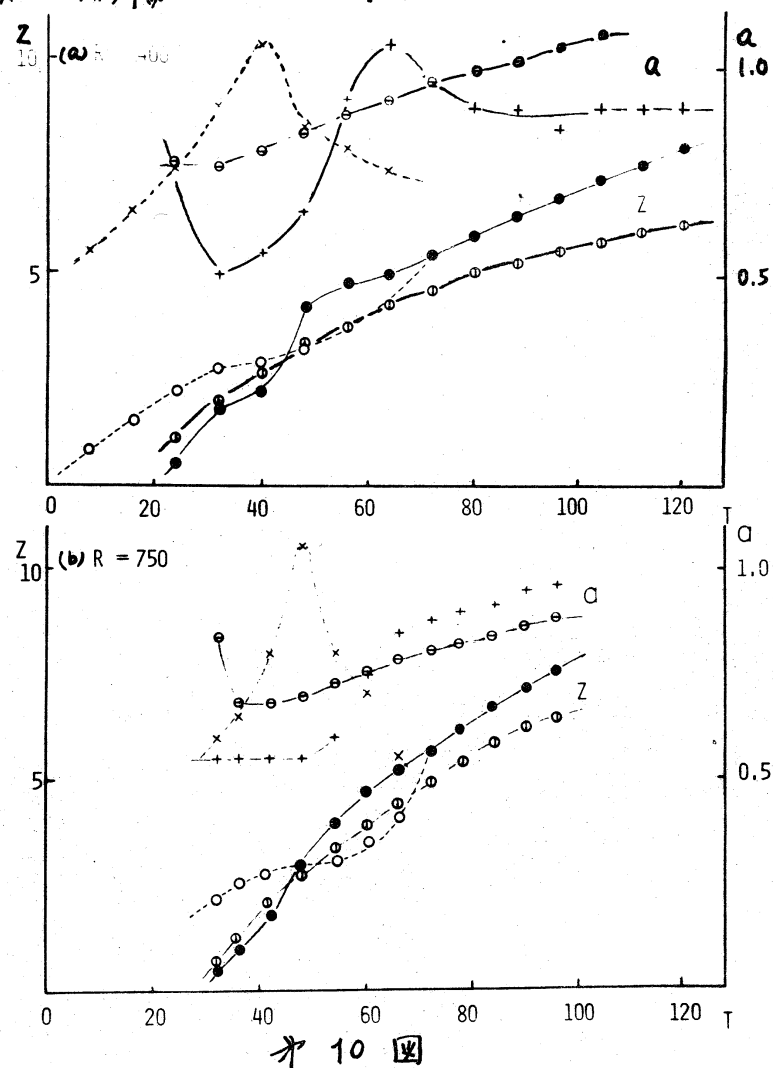
§5. 実験と数値計算との比較

数値計算の結果を実験と比較するために、軸を含む面内の渦輪の CORE 中心の運動を定める。実験の写真から CORE 中心を定めたりと同じように、吹き出し口から出る流体の各時刻での配置を示す図から (オ 7・8 図) CORE 中心とみなされる点の位置を読みとる。軸方向の位置は進行距離 Z で、これに垂直な方向の位置は渦輪の半径^aである。この結果をオ 1, オ 2 のそれぞれの渦輪についてオ 10 図 (a) $R=400$, (b) $R=750$ に示した。

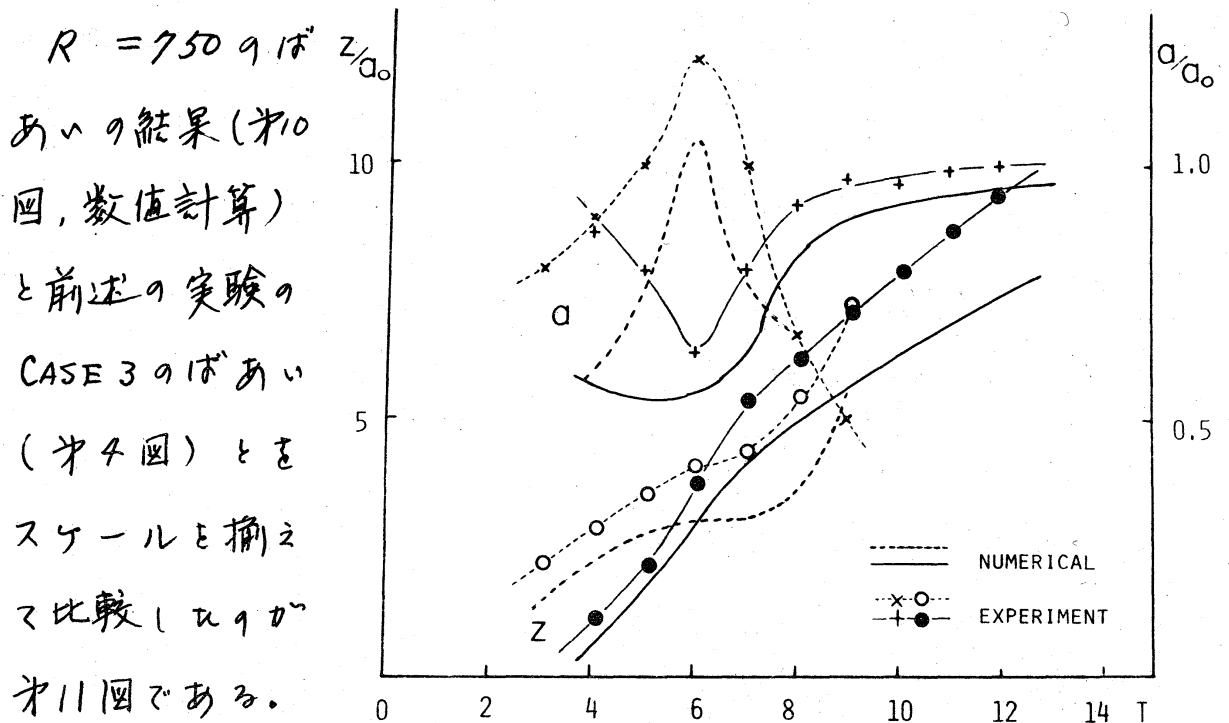
この図にはさらに、渦度中心 (CENTER OF VORTICITY) の位置を \ominus および \odot の記号でいれてある。ここで渦度中心の位置は

$$Z_c = \frac{\iint_S \omega z \, dz \, dr}{\iint_S \omega \, dz \, dr}$$

[S : 対称軸より上の半平面の面積]
によって流れの場全体で定められるもので、個々の渦輪に対



するものではない。これによれば、渦度中心は $Re = 400$ のばあい、二つの渦輪が合体してから後は、見掛けの CORE 中心よりも半径方向に振がり、軸方向にはこれより遅れる。すなわち渦度は、一部分渦輪の後に残されてゆくように見える。これに対し $R = 750$ のばあいには渦度中心はほぼ合体した渦輪の CORE の中にあるようである。



第11図

両者は非常によく一致している。すなわち実在の流体(水)の中で、同軸上と同方向に進行する二つの渦輪の干渉、合体の過程は、粘性を考慮して NAVIER-STOKES 方程式の数値解によってよく表わすことができることが示された。

§ 6. おわりに

§ 1 においても述べたように“抜きつ・抜かれつ”の現象は起らないで、一つの渦度の塊として運動することが、実験的にも数値的にもたしかめられた。では古くから幾多の教科書に述べられているこの現象は本当に起らないのであろうか？ 実験的にも、数値的にも、見ている限りでは出口より吹き出された流体は、一つの塊として運動しているように見えるけれども、目に見える部分と渦度の分布とは異なり、渦度は見えていないうちでもずっとせまい所（すなわち細い所）に局在しており、その中心のみの運動を考えれば、いわゆる“抜きつ・抜かれつ”をしていると云ってもよいと思われる。又実験においては、渦度の集中している渦度中心だけを見えるようにすること、もしくは渦度の分布している VORTEX CORE の半径が細く、渦輪自身の半径に比して十分小さい渦輪が実現出来たならば、“抜きつ・抜かれつ”の現象が、一つの流体の塊の中で行なわれるのではなくて、二つの渦輪によってくり返されるのではないだろうか。

参 考 文 献

- 1) A. Sommerfeld: Mechanik der deformierbaren Medien (Akademische Verlag, Leipzig, 1957) Kap.4.
- 2) G. K. Batchelor: An Introduction of Fluid Dynamics (Cambridge University Press, 1967) ch.7.
- 3) T. Kambe and Y. Oshima: J. Phys. Soc. Japan 38.